

$$1) \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V \rightarrow \vec{F} = -e\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} (-eV) \rightarrow \mathcal{E}_p = -eV$$

$$2) \text{ D'après la loi de conservation de l'énergie mécanique, } \Delta\mathcal{E}_p = -\Delta\mathcal{E}_c \rightarrow \Delta V = \frac{\mathcal{E}_c^f}{e} = 1 \text{ kV}$$

$$3) \text{ En mécanique classique, } v = \sqrt{\frac{2\mathcal{E}_c}{m_e}} = 5,9 \cdot 10^9 \text{ m.s}^{-1} > c \rightarrow \text{C'est impossible, l'électron est relativiste.}$$

$$4) \gamma = 1 + \frac{\mathcal{E}_c}{m_e c^2} = 197 \quad \left(\frac{v}{c} = 0,99998 \dots \right)$$

$$5) \text{ Pendant la durée } \frac{2\pi R}{c}, \text{ circulent } N \text{ électrons : } i = \frac{Nec}{2\pi R} \rightarrow N = \frac{2\pi Ri}{ec} = 3,2 \cdot 10^{12}$$

$$6) \text{ D'après la loi des gaz parfaits, } n = \frac{P}{k_B T} = \frac{PN_A}{RT} = 1,5 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$$

$$7) [\sigma] \cdot [n] \cdot [dx] = 1 \rightarrow [\sigma] = L^2$$

[La section efficace est la surface fictive que devrait avoir une molécule cible de dihydrogène pour reproduire la probabilité observée de collision avec un électron en supposant ces objets impénétrables.]

$$8-9) \frac{dN}{N} = -\sigma n c dt \rightarrow \ln \left(\frac{N_0(1-0,37)}{N_0} \right) = -\sigma n c \tau \rightarrow \tau = -\frac{\ln 0,63}{\sigma n c} = 5,1 \cdot 10^4 \text{ s} = 14 \text{ h}$$

L'anneau est régulièrement alimenté en électrons via les zones Linac et booster (Top up).

[Cette définition de τ est surprenante. En général, $N(t) = N_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ avec τ , la durée pour que N soit égal à 37 % de sa valeur initiale ...]

10) Habituellement, on mesure un champ magnétique avec **une sonde à effet Hall** :

On fait circuler un courant constant dans un semi-conducteur en présence du champ $\vec{B}$ extérieur à mesurer.

Le matériau se polarise, la différence de potentiel à l'équilibre est proportionnelle à la valeur de B .

$$11-12) \text{ D'après la 2}^{\text{ème}} \text{ loi de Newton appliquée à l'électron, } \frac{m_e v_0^2}{R_B} = e v_0 B_0 \rightarrow B_0 = \frac{m_e v_0}{e R_B} = \frac{p}{e R_B} = 1,7 \text{ T}$$

$$\text{et } \omega_B = \frac{v_0}{R_B} = \frac{e B_0}{m_e} \quad \text{Pulsation cyclotron}$$

13) Le plan xOy est un plan **d'antisymétrie pour la distribution de courant**, c'est donc un plan de symétrie pour le champ magnétique, il contient les lignes de champ $\vec{B}$.

Les plans xOz et yOz sont **des plans de symétrie pour la distribution de courant**, ce sont donc des plans d'antisymétrie pour le champ, ils ont perpendiculaires aux lignes de champ $\vec{B} \rightarrow \vec{B}(O) = \vec{0}$

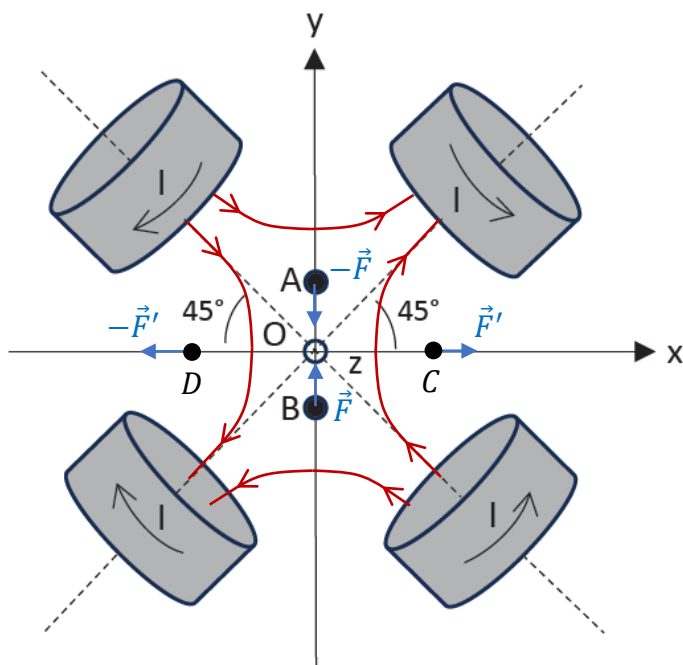
Selon la règle du bonhomme d'ampère, les lignes de champ traversent les deux bobines de gauche du haut vers le bas et traversent les deux bobines de droite du bas vers le haut (voir schéma Q15).

Sur l'axe Ox , $\vec{B}$ est selon $\vec{e}_y$ si $x > 0$ et selon $-\vec{e}_y$ si $x < 0$.

Sur l'axe Oy , $\vec{B}$ est selon $\vec{e}_x$ si $y > 0$ et selon $-\vec{e}_x$ si $y < 0$.

14-16) Le champ $\vec{B}$ est à **divergence et rotationnel nuls**. En effet, $\frac{\partial B_x}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0$ et $\frac{\partial B_y}{\partial x} - \frac{\partial B_x}{\partial y} = 0$.

D'après $\vec{B}(O) = \vec{0}$, $\vec{K}' = \vec{0}$.



$$\vec{F}(B) = -e\vec{v} \wedge \vec{B}(B) = \frac{ev_0 K \Delta y}{2} \vec{e}_y = -\vec{F}(A)$$

Si l'électron s'éloigne de O selon Oy , il subit **une force de rappel**, le faisceau est refocalisé.

Par contre, en $C \left(\frac{\Delta x}{2}, 0, 0 \right)$ et $D \left(-\frac{\Delta x}{2}, 0, 0 \right)$,

$$\vec{F}(C) = -e\vec{v} \wedge \vec{B}(C) = \frac{ev_0 K \Delta x}{2} \vec{e}_x = -\vec{F}(D)$$

L'électron ne subit pas de force de rappel, la situation est **instable**, le faisceau est défocalisé.

A la suite de ce quadripôle, il faut placer un autre quadripôle avec **une inversion du sens du courant I** dans chacune des bobines. Cela revient à faire pivoter l'ensemble de 90° autour Oz ($x \leftrightarrow y$).

17) « Anisotrope » signifie qu'il existe **des directions** vers lesquelles le rayonnement est **favorisé**.

« Polarisé » indique que **l'orientation** du champ électrique émis **n'est pas aléatoire**.

18) Le plan méridien ($\vec{M}, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta$) est **plan de symétrie** pour la distribution, c'est donc un plan de symétrie pour le champ électrique et un plan d'antisymétrie pour le champ magnétique. Il contient les lignes de $\vec{E}$ et est orthogonal à celles de $\vec{B}$: $\vec{E}_\varphi = \vec{0}$, $\vec{B}_r = \vec{0}$ et $\vec{B}_\theta = \vec{0}$.

La distribution est **invariante par rotation selon φ** , les composantes non nulles des champs ne dépendent pas de φ .

19) $\vec{a} = -l\omega^2 \cos(\omega t) \vec{e}_z$ $\vec{p}_0 = e\vec{PO} \rightarrow p_0 = \frac{ae}{\omega^2}$ Avec a , l'amplitude de l'accélération !

20) La zone de rayonnement correspond à la double inégalité forte $l \ll \lambda \ll r \Leftrightarrow l \ll \frac{2\pi c}{\omega} \ll r$.

Le terme $\frac{r}{c}$ correspond au **temps de parcours** de l'onde entre O et M : Les effets ($\vec{E}$ et $\vec{B}$) en M à l'instant t dépendent de l'état de la distribution ($\vec{p}_0$) à la date $t - \frac{r}{c}$.

21) $\vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c} \rightarrow$ On reconnaît **localement** la structure d'onde plane. L'aspect local se manifeste dans $\vec{e}_r$ qui dépend de M . L'onde n'est ni plane, ni sphérique (présence du $\sin \theta \rightarrow$ anisotropie).

En un point M donné, le champ électrique garde la même orientation, l'onde est polarisée **rectiligne**.

D'après le théorème d'Ampère, $[\mu_0] = [B] \cdot L \cdot I^{-1} = [B] \cdot L \cdot T \cdot Q^{-1}$.

Ainsi, $\left[\frac{\mu_0 p_0 \omega^2}{rc}\right] = \left[\frac{\mu_0 ae}{rc}\right] = [\mu_0] \cdot Q \cdot L^{-1} \cdot T^{-1} = [B]$ et $[B] = [E/c]$ conformément à $\vec{B} = \frac{\vec{e}_r \wedge \vec{E}}{c}$.

22) $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 cr^2} \cos^2 \left(\omega \left(t - \frac{r}{c} \right) \right) \vec{e}_r$ La puissance surfacique émise est maximale dans

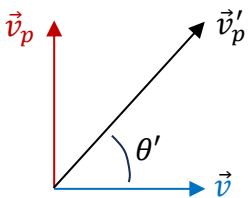
le plan **orthogonal au dipôle** ($\theta = \frac{\pi}{2}$) $\rightarrow \left\| \langle \vec{\Pi} \left(\theta = \frac{\pi}{2} \right) \rangle \right\| = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{32\pi^2 cr^2} = \frac{e^2 a^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2}$

23) La puissance surfacique émise est maximale **à l'avant de l'électron** ($\theta = 0$), dans la direction vers laquelle il se dirige. [Je pense que l'énoncé ne définit pas correctement l'angle θ .]

Comme $\frac{v}{c} \rightarrow 1^-$, $\left\| \langle \vec{\Pi}_{relat}(\theta = 0) \rangle \right\| \gg \frac{e^2 a^2}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2}$: Le rayonnement synchrotron est très intense.

Longtemps considéré comme une difficulté à surmonter (dans le cas des premiers accélérateurs de particules, on parlait de rayonnement de freinage !), ce rayonnement est devenu un enjeu majeur car il est une source puissante de rayons X permettant de bombarder des échantillons et d'en tirer des conclusions.

24-25) $\vec{v}'_p = \vec{v}_p + v \vec{e}_x$ $\theta' = \arctan\left(\frac{v_p}{v}\right)$



Pour un observateur de $\mathcal{R}'$, **une particule sur deux** est émise dans le cône de demi-angle θ' .

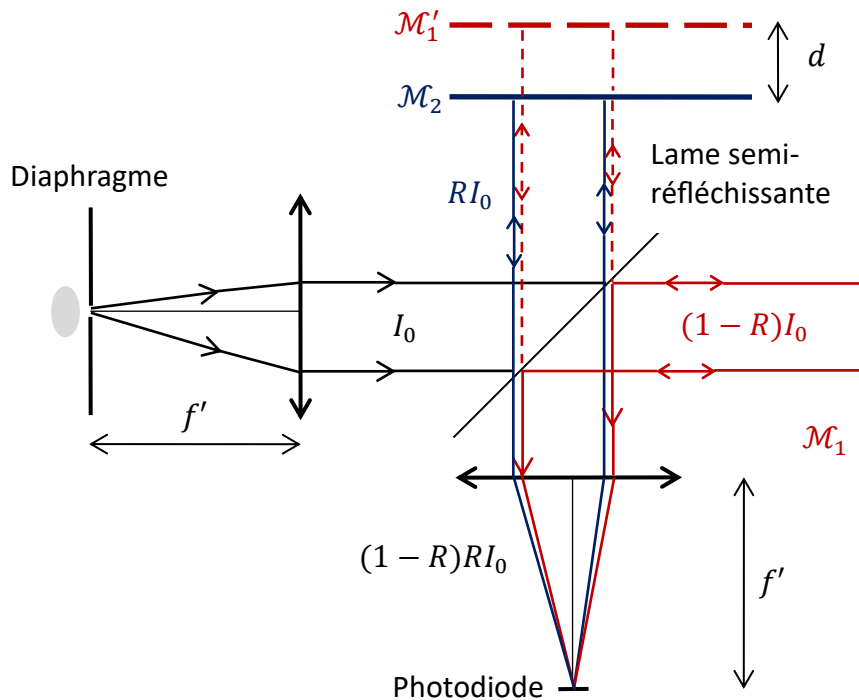
La composition classique des vitesses ne s'applique pas aux photons car ceux-ci se déplacent à la vitesse c quel que soit le référentiel.

26) La moitié du rayonnement correspond encore à $\theta = \frac{\pi}{2} \rightarrow v_{p\parallel} = 0 \rightarrow v'_{p\parallel} = v$ et $v'_{p\perp} = \frac{v_{p\perp}}{\gamma} = \frac{c}{\gamma}$

$\rightarrow \theta' = \arctan\left(\frac{c}{\gamma v}\right) \sim \frac{1}{\gamma} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ rad}$ Car $\gamma \gg 1$ ($\frac{v}{c} \rightarrow 1^-$)

En effet, le rayonnement est très intense dans la direction vers laquelle se dirige l'électron.

27-28) $I = \frac{I_{max}}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi d}{\lambda_m} \right) \right)$ Le contraste est max car les ondes qui interfèrent ont **même intensité**.



Et ceci n'a rien à voir avec le fait que le coefficient R de réflexion en énergie de la lame semi-réfléchissante vaille 0,5 !

Chaque onde a pour intensité $R(1-R)I_0$, avec I_0 l'intensité en entrée. On choisit $R = 0,5$ pour que l'intensité $R(1-R)I_0$ soit maximale ($0,25 I_0$), c'est tout !

29) $I = \frac{I_{max}}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{4\pi v_0 t}{\lambda_m} \right) \right) = \frac{I_{max}}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right)$ avec $T = \frac{\lambda_m}{2v_0}$

On décompte 13 périodes T en $\Delta t = 5,0 \text{ s} \rightarrow T = \frac{\Delta t}{13} \rightarrow \lambda_m = 2v_0 T = \mathbf{538 \text{ nm}}$

L'estimation de l'incertitude n'est pas évidente car on n'a aucune information sur l'incertitude sur v_0 et la graduation de l'interférogramme est sommaire. Dans ce cas, on commence par écrire des généralités

$$\frac{u(\lambda_m)}{\lambda_m} = \sqrt{\left(\frac{u(v_0)}{v_0} \right)^2 + \left(\frac{u(T)}{T} \right)^2} \quad \text{Avec } u(T) = \frac{\sqrt{2}}{13} u(t)$$

Prenons en toute subjectivité, $u(v_0) = 10^{-8} \text{ m.s}^{-1}$ et $u(t) = 5.10^{-2} \text{ s} \rightarrow u(\lambda_m) = \mathbf{11 \text{ nm}}$

30) Réponse brutale qui serait néanmoins appréciée : Le facteur de contraste $\left(\frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \right)$ est divisé par 2

vers $t_{1/2} \sim 31 \text{ s}$. Or c'est l'instant où la différence de marche δ vaut environ la longueur de cohérence l_c ou si on préfère, l'instant où la différence des durées de parcours τ vaut environ le temps de cohérence τ_c .

$$\delta = 2v_0 t_{1/2} \sim l_c \rightarrow l_c \sim \mathbf{43 \mu m} \rightarrow \Delta\lambda \sim \frac{\lambda_m^2}{c} \Delta\nu \sim \frac{\lambda_m^2}{l_c} \sim \mathbf{7 \text{ nm}}$$

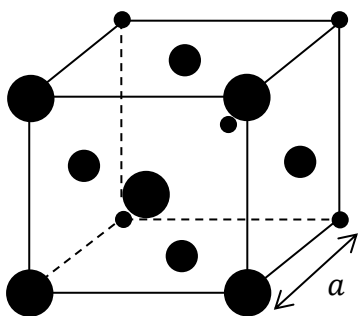
Réponse plus fine mais à mon avis hors propos : Si le profil spectral est une gaussienne de la forme

$$I_{max} \exp \left(-a \left(\frac{\lambda - \lambda_m}{\Delta\lambda/2} \right)^2 \right) = I_{max} \exp \left(-a \left(\frac{\nu - \nu_m}{\Delta\nu/2} \right)^2 \right), \text{ alors le facteur de contraste a également un profil gaussien du type } \exp \left(-a \left(\frac{\tau}{\tau_c} \right)^2 \right) = \exp \left(-a \left(\frac{\delta}{l_c} \right)^2 \right) = \exp \left(-a \left(\frac{2v_0 t}{l_c} \right)^2 \right)$$

Si l'intensité lumineuse de la source est divisée par deux en $\lambda = \lambda_m + \Delta\lambda/2$, alors le contraste est lui aussi divisée par deux en $t = \frac{l_c}{2v_0}$. On lit sur l'interférogramme $\frac{l_c}{2v_0} = 31 \text{ s} \rightarrow l_c \sim \mathbf{43 \mu m}$...

31) Un atome de plomb contient **82 électrons, 82 protons et 125 neutrons**.

32-33) Deux atomes possédant le même nombre de protons (et d'électrons) mais un nombre différent de neutrons sont isotopes. Ici, $x + y = 26$ et $\frac{204x + 206y + 207 \cdot 22 + 208 \cdot 52}{100} = 207,2$



La maille contient 4 atomes de plomb $\left(8 \cdot \frac{1}{8} + 6 \cdot \frac{1}{2}\right)$:

$$\rho = \frac{4M_{Pb}}{N_A a^3} = 11.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$$

34) Un litre de solution est préparé avec un volume $v_{H_2SO_4}$ (exprimé en L) d'acide sulfurique pur.

La masse de ce litre est $m = \rho_{H_2SO_4} v_{H_2SO_4} + \rho_{H_2O} (1 - v_{H_2SO_4})$. La masse d'acide sulfurique contenue dans ce litre est donc égale à $0,33 m = \rho_{H_2SO_4} v_{H_2SO_4} = C M_{H_2SO_4} \rightarrow v_{H_2SO_4} = 0,21 \text{ L} \rightarrow C = 3,9 \text{ mol.L}^{-1}$

35) $[H^+] = 8 \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow pH = -0,9$ L'électrolyte d'une batterie au plomb est extrêmement acide.

36) $K_s = [Pb^{2+}][SO_4^{2-}]$ Le solide apparaît dès que $[Pb^{2+}] = \frac{K_s}{C} = 4.10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$

Au-delà de cette concentration, le plomb au degré d'oxydation II est sous la forme **$PbSO_{4s}$** .

37) La notion de demi-réaction anodique ou cathodique dépend du fonctionnement de la batterie. Lors de la décharge, la réaction spontanée correspond à l'oxydation de Pb_s et à la réduction de PbO_{2s} car $E_2^0 > E_1^0$.

Ainsi, la demi-réaction anodique témoignant de l'oxydation est **$Pb_s + SO_4^{2-} \rightleftharpoons PbSO_{4s} + 2e^-$**

et celle témoignant de la réduction est **$PbO_{2s} + 2e^- + 4H^+ + SO_4^{2-} \rightleftharpoons PbSO_{4s} + 2H_2O$**

L'équation-bilan de réaction de décharge est donc **$Pb_s + PbO_{2s} + 4H^+ + 2SO_4^{2-} \rightarrow 2PbSO_{4s} + 2H_2O$**

Médiamutation de $PbSO_{4s}$

En recharge, tout est inversé, l'équation-bilan est **$2PbSO_{4s} + 2H_2O \rightarrow Pb_s + PbO_{2s} + 4H^+ + 2SO_4^{2-}$**

Dismutation de $PbSO_{4s}$

38) $e = E_2 - E_1 = E_2^0 - E_1^0 + 0,06 \log \left(\frac{[H^+]^2 [SO_4^{2-}]}{C_0^3} \right) = 2,16 \text{ V}$ Il faut associer **6 éléments en série**.

La f.é.m. réelle est plus faible car la cinétique chimique bouleverse la prévision de Nernst à l'équilibre (Q40).

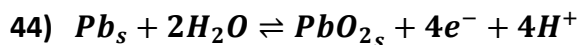
39) Les courbes (1) et (5) correspondent respectivement à l'oxydation de Pb_s en $PbSO_{4s}$ et à la réduction de $PbSO_{4s}$ en Pb_s . Les courbes (2) et (6) correspondent respectivement à l'oxydation de $PbSO_{4s}$ en PbO_{2s} et à la réduction de PbO_{2s} en $PbSO_{4s}$. Les courbes (3) et (4) correspondent respectivement à l'oxydation de H_2O en O_{2g} et à la réduction de H_2O en H_{2g} .

40) On lit les potentiels de la cathode $E_2(-I_0) = 1,5 \text{ V}$ sur la courbe (6) et de l'anode $E_1(I_0) = -0,2 \text{ V}$ sur la courbe (1). On en déduit que la tension réellement disponible vaut **1,7 V**.

41) On lit les potentiels de l'anode $E_2(I_0) = 1,9 \text{ V}$ sur la courbe (2) et de la cathode $E_1(-I_0) = -0,6 \text{ V}$ sur la courbe (5). On en déduit que la tension nécessaire permettant la recharge vaut **2,5 V**.

Au-delà de cette tension, on produit du dioxygène et du dihydrogène gazeux avec un risque **d'explosion**.

$$\mathbf{42-43)} \quad m_{pb}^{oxy} = \frac{QM(Pb)}{4F} = \mathbf{77 \text{ g}} \qquad w = \frac{QU}{m} = \mathbf{49 \text{ W.h.kg}^{-1}}$$



Cette réaction étant une oxydation, elle nécessite un reflux d'électrons, elle a donc lieu à **la recharge** lorsque l'électrode positive joue le rôle d'anode.