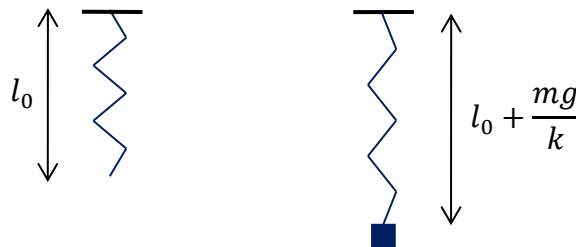


1) Le référentiel géocentrique admet pour point fixe **le centre de masse de la Terre** et a ses axes dirigés vers **trois étoiles lointaines**. Le référentiel terrestre est **lié à la surface de la Terre**, son centre et ses axes sont **immobiles par rapport à la Terre**. Il est en **rotation uniforme** par rapport au référentiel géocentrique.

$$\text{2-3)} \quad \vec{F}_g(M) = -\frac{GM_T m}{R_T^2} \vec{u}_z \quad \vec{F}_{ie}(M) = m\Omega^2 \overrightarrow{HM} = m\Omega^2 R_T \cos \lambda (\cos \lambda \vec{u}_z - \sin \lambda \vec{u}_y)$$

$$\|\vec{F}_g\| = 7,3 \cdot 10^2 \text{ N} \quad \|\vec{F}_{ie}\| = 1,7 \text{ N} \ll \|\vec{F}_g\| \quad \text{On identifie souvent le poids à la force gravitationnelle.}$$

4) On peut envisager de suspendre un ressort de masse négligeable et de mesurer son allongement Δl à l'équilibre après avoir accroché un objet à son extrémité basse. D'après la 2^{ème} loi de Newton, $m = \frac{k\Delta l}{g}$.



5) On applique la 2^{ème} loi de Newton à S dans le référentiel géocentrique : $v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$

→ $v = 27,6 \cdot 10^3 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ L'information est juste.

$$T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v} = 1 \text{ h } 33 \text{ mn}$$

$$\text{6)} \quad \vec{F}_g(M) = -\frac{GM_T m}{r^3} \overrightarrow{OM} \quad \vec{F}_{ie}(M) = m\Omega^2 \overrightarrow{OM} = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \overrightarrow{OM} = \frac{mv^2}{(R_T + h)^2} \overrightarrow{OM} = \frac{GM_T m}{(R_T + h)^3} \overrightarrow{OM}$$

Comme $r \sim R_T + h$, **la somme des forces est nulle**, le spationaute immobile est en état d'apesanteur.

Si le spationaute se déplace, il subit la force d'inertie de Coriolis, ce qui peut le gêner ou le désorienter.

7) L'absence de pesanteur ne permet pas la mesure statique proposée en Q4 car **à l'équilibre**,

l'allongement du ressort est nul. Il faut envisager une méthode dynamique basée sur les oscillations.

8) Dans le cadre de la modélisation unidirectionnelle proposée, l'application de la 2^{ème} loi de Newton à

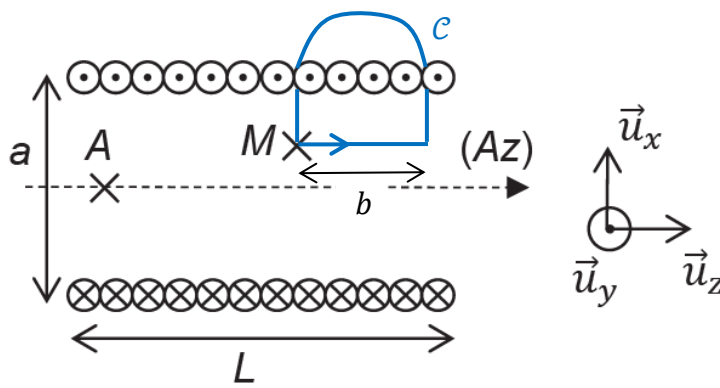
$$\text{la masse } m \text{ hors équilibre donne } \ddot{z} + \frac{k}{m} z = 0 \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

La force d'inertie de Coriolis n'apparaît pas car elle est perpendiculaire au déplacement et compensée par la technique d'accrochage du spationaute.

9) $m_1 + m_2 = \frac{kT^2}{4\pi^2}$ et $m_1 = \frac{kT_1^2}{4\pi^2} \rightarrow m_2 = m_1 \left(\frac{T^2}{T_1^2} - 1 \right) = 73 \text{ kg}$

10) La méthode de mesure exige que le spationaute soit assimilé à **un solide en translation** selon Oz . Aucune déformation ni rotation du corps n'est tolérées, alors que **la force d'inertie de Coriolis le dévie latéralement**. En s'accrochant fermement à la barre, le spationaute subit de la part du dispositif une réaction compensant \vec{F}_{ic} , lui permettant ainsi de se translater de façon rectiligne.

11) La distribution de courant est **invariante par translation selon \vec{u}_z** donc $\|\vec{B}\|$ ne dépend que de x et y . Le plan (Mxy) est **un plan de symétrie pour la distribution** de courant donc un plan d'antisymétrie pour \vec{B} . Le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan : $\vec{B} = B(x, y)\vec{u}_z$



On applique le théorème d'Ampère le long du contour fermé orienté \mathcal{C} représenté ci-contre :

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé par } \mathcal{C}}$$

$$B_{\text{int}}(M)b = \mu_0 n b I \rightarrow \mathbf{B}_0 = \mu_0 n \mathbf{I}$$

12-13) Le flux de \vec{B} à travers la spire augmente lorsque celle-ci pénètre dans la zone grisée. D'après la loi de Faraday, une force électromotrice e négative apparaît induisant un courant i négatif dans la spire.

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_{\vec{B}}}{dt} = -\frac{B_0 v_0 a}{R} \rightarrow \vec{F} = i \overrightarrow{EF} \wedge \vec{B}_0 = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$$

La portion EF subit une force de Laplace selon $-\vec{u}_x$ entraînant ainsi **un freinage** de la spire. On reconnaît ainsi la loi de Lenz stipulant que l'induction par ses effets s'oppose aux causes qui lui ont donné naissance.

14) Lors de la sortie, le flux de \vec{B} à travers la spire diminue $\rightarrow i = \frac{B_0 v_0 a}{R} \rightarrow \vec{F} = i \overrightarrow{CD} \wedge \vec{B}_0 = -\frac{B_0^2 a^2}{R} v_0 \vec{u}_x$

15) En choisissant une distance a entre les spires, la force \vec{F} exprimée précédemment s'applique à **chaque instant** au train de spires. La force de freinage ressentie par l'homme est **constante**.

16-17) La puissance dissipée par le freinage est $-\frac{B_0^2 a^2 v_0^2}{R}$. Elle augmente de façon quadratique en fonction de v_0 . Ce mode de freinage **simule correctement les conditions réelles** de progression à vélo sur route en présence de **frottement fluide dû à l'air**.

18-19) $\beta = \gamma = 6 \rightarrow \alpha = 6$ $\Delta_r H^0 = 6 \left(\Delta_f H^0(CO_2) + \Delta_f H^0(H_2O) \right) - \Delta_f H^0(C_6H_{12}O_6)$

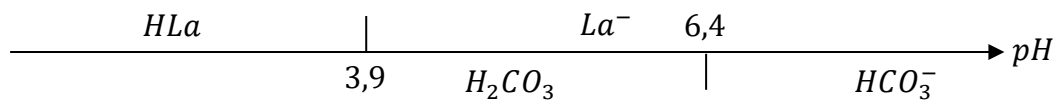
$\Delta_r H^0 = -2,795 \text{ MJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ La réaction est **exothermique**, c'est un apport énergétique pour le corps.

20) Une heure de sport nécessite 5,4 mol de dioxygène, c'est-à-dire **0,62 m³** d'air et **0,16 kg** de glucose.

21) Le métabolisme anaérobie produit seulement **73 kJ** par mole de glucose (au lieu de 2,8 MJ pour l'aérobie) : L'effort intense entraîne **une forte consommation de glucose** et l'apparition de douleur musculaire due à la production d'acide lactique.

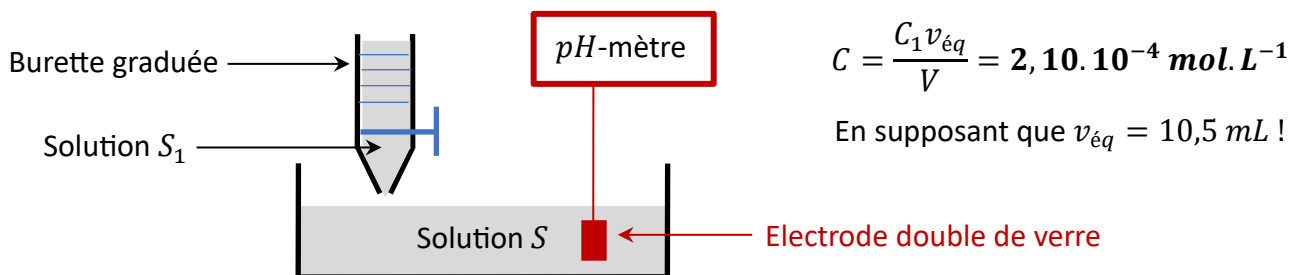
22) $[HCO_3^-] = \frac{K_{a1} C_t}{[H^+] + K_{a1}} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ $[H_2CO_3] = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

23) $HLa + HCO_3^- \rightleftharpoons La^- + H_2CO_3$ $K = \frac{K_{a2}}{K_{a1}} = 10^{2,5}$ Même si c'est un peu juste, on peut affirmer que la réaction est totale, l'hypothèse est en général peu contraignante. A vérifier à posteriori !



24) A l'équilibre, $[H_2CO_3] = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ $[HCO_3^-] = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \rightarrow \text{pH} = 7,1 < 7,3$
A l'équilibre, $[La^-] = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \rightarrow [HLa] = 1,3 \cdot 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \ll [La^-]$ L'hypothèse est vérifiée.
Sans un autre processus, l'élimination de l'acide lactique par cette réaction ne serait pas suffisante. En fait, par le biais de l'hyperventilation, le taux de CO₂ dans le sang diminue et cela favorise le retour à l'équilibre.

25-26) $HLa + HO^- \rightleftharpoons La^- + H_2O$ $K = \frac{K_{a2}}{K_e} = 10^{10,1}$ La réaction est totale, le dosage est possible.



$C_0 = 2,10 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, ce qui correspond à **189 mg · L⁻¹** : Le patient n'est pas en acidose lactique.

27) On peut utiliser le **rouge de Phénol** car sa zone de virage est bien centrée autour du pH à $v = v_{eq}$.

28) $\frac{d[HLa]}{dt} = -k[HLa](t) \rightarrow [HLa](t) = [HLa](0) \exp(-kt)$ Avec k , la constante de vitesse.

$\frac{[HLa](16,0 \text{ min})}{[HLa](0)} = \left(\frac{[HLa](8,0 \text{ min})}{[HLa](0)} \right)^2 \rightarrow [HLa](16,0 \text{ min}) = 0,40 \text{ mmol.L}^{-1}$ **Ordre 1 confirmé.**

29) Comme toujours avec le langage Python, plusieurs propositions sont possibles.

La première, la plus simple, utilise la fonction linspace :

L_t = np.linspace(0, Dt, N + 1)

p = L_t[1] - L_t[0]

La seconde, basée sur une boucle, nécessite la définition préalable de p :

p = Dt/N

L_t = [0]

for i in range(N) :

L_t.append((i + 1) * p)

Dans les deux cas, la liste L_t est constituée de $N + 1$ dates espacées de p . La concentration sera calculée aux N dates non nulles.

30-31) $C_{i+1} = C_i + p(-\alpha C_i - \beta C_i^2 + \gamma) = f(C_i)$

L_C = [C0]

def f(x) :

Return x + p * (-alpha * x - beta * x ** 2 + gamma)

for i in range(N) :

y = f(L_C[i])

L_C.append(y)

32-33) Maxwell-Gauss : $\text{div } \vec{E} = 0$

Maxwell-Ampère : $\text{rot } \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Maxwell-Faraday : $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwell-Thomson : $\text{div } \vec{B} = 0$

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E} \Leftrightarrow \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{Equation de D'Alembert}$$

La relation de dispersion est $\omega = kc$.

L'onde est polarisée **rectilignement** selon \vec{u}_z et se propage dans le sens des x croissant.

34) Les photons composant ces rayons X ont une énergie de $6,4 \cdot 10^{-15} \text{ J}$. D'après la relation de Planck-Einstein $\mathcal{E} = hf$, cela correspond à une onde de fréquence $9,7 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$ et de longueur d'onde 31 pm .

$$\text{35-36) } \text{div } \vec{E} = 0 \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \sim \mu_0 \vec{j} \quad (\text{A.R.Q.S.}) \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E} \Leftrightarrow \Delta \vec{E} - \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0} \quad \text{Equation de la diffusion}$$

37) On injecte la solution envisagée dans l'équation de la diffusion. On obtient $\underline{k}^2 = -i\mu_0\sigma\omega$.

$$\text{On en déduit que } k_1 = \sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}} = \frac{1}{\delta} \rightarrow \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0\sigma\omega}} \text{ et } k_2 = -\sqrt{\frac{\mu_0\sigma\omega}{2}} = -\frac{1}{\delta}$$

$$\text{38) } \vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{Sa moyenne est la densité surfacique de puissance moyenne rayonnée.}$$

$$[\text{ Pour le plaisir des yeux : } \underline{\vec{E}} = E_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \exp\left(i\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)\right) \vec{u}_z \rightarrow \vec{E} = E_0 \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \vec{u}_z$$

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega} = -\frac{E_0}{\delta\omega} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \left(\exp\left(i\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)\right) - i \exp\left(i\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right)\right) \right) \vec{u}_y$$

$$\rightarrow \vec{B} = -\frac{E_0}{\delta\omega} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \left(\cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \right) \vec{u}_y$$

$$\text{Ainsi, } \vec{R} = \frac{E_0^2}{\mu_0\delta\omega} \exp\left(-\frac{2x}{\delta}\right) \left(\cos^2\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \sin\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right) \right) \vec{u}_x \rightarrow \vec{R}_m = \frac{E_0^2}{2\mu_0\delta\omega} \exp\left(-\frac{2x}{\delta}\right) \vec{u}_x$$

$$\text{Ou plus directement, } \vec{R}_m = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0} \right) = \frac{E_0^2}{2\mu_0\delta\omega} \exp\left(-\frac{2x}{\delta}\right) \vec{u}_x]$$

39) On prend le logarithme du rapport des puissances qui traversent l'os : $\ln\left(\frac{P_{L1}}{P_{L2}}\right) = 2L\sqrt{d} \left(\frac{1}{\alpha_2} - \frac{1}{\alpha_1} \right)$

$$\rightarrow d = \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2 \ln\left(\frac{P_{L1}}{P_{L2}}\right)}{2L(\alpha_1 - \alpha_2)} \right)^2$$

40) La distribution de charge est **invariante par translation selon \vec{u}_z et par rotation selon \vec{u}_θ** donc $\|\vec{E}\|$ ne dépend que de r . Les plans $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ et $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ sont des **plans de symétrie pour la distribution** donc des plans de symétrie pour \vec{E} . Le champ électrique appartient à leur intersection : $\vec{E}(M) = E(r) \vec{u}_r$.

On applique le théorème de Gauss à travers un cylindre de rayon r contenu dans la membrane.

$$2\pi r E(r) = \frac{2\pi a \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \rightarrow \vec{E}(M) = \frac{a \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r r} \vec{u}_r$$

41) $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}} V(M) \rightarrow V(r) = -\frac{a \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{r}{a}\right) + V_A$ Ainsi, $V_E = -\frac{a \sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) + V_A \rightarrow \sigma = \dots$

42-43) $\sigma = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r (V_A - V_E)}{b}$ Si $a \gg b$, cela signifie que $r \sim a \rightarrow \|\vec{E}\| \sim \left| \frac{V_A - V_E}{b} \right|$ Le champ est uniforme.

Le condensateur cylindrique s'est mué en condensateur plan !

$$Q = 2\pi a L \sigma = \frac{2\pi a L \epsilon_0 \epsilon_r (V_A - V_E)}{b} \rightarrow C = \frac{2\pi a L \epsilon_0 \epsilon_r}{b} \rightarrow c_m = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{b} = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ F.m}^{-2} \text{ Valeur compatible}$$

$$\sigma = 6,1 \cdot 10^{-4} \text{ C.m}^{-2} \quad \|\vec{E}\| = 8,6 \cdot 10^6 \text{ V.m}^{-1} \quad \text{Le champ est dirigé selon } -\vec{u}_r.$$

44-45) $U_1 = \frac{\vec{p} \cdot \overrightarrow{DG}}{4\pi \epsilon_0 d^3} = \frac{DG}{4\pi \epsilon_0 d^3} p_x$

On remarque que p_x est quasiment toujours positif ou

nul, sauf à l'instant t_5 précédant la phase pendant laquelle p_x est maximal :

L'enregistrement correspond au **graphe d**.