

1) Equations intrinsèques de structure :  $\text{div } \vec{B} = 0 \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Equations de liaison aux sources (absentes ici !) :  $\text{div } \vec{E} = 0 \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

2)  $\overrightarrow{\text{rot}} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}) = -\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \Leftrightarrow -\vec{\Delta} \vec{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow -\vec{\Delta} \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \Leftrightarrow \vec{\Delta} \vec{E} - \underbrace{\mu_0 \epsilon_0}_{1/c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$

3) Soit  $\vec{k} = k\vec{e}_z$ ,  $\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 \exp(j(\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{OM} + \varphi)) \quad \text{div } \vec{E} = 0 \Leftrightarrow -j\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{e}_z \cdot \vec{E}_0 = 0$

4-5) Le champ  $\vec{E}(M, t) = E_0 \vec{e}_x \cos(\omega t - kz + \varphi)$  est solution de l'équation de D'Alembert donc

$$-k^2 \cos(\omega t - kz + \varphi) + \frac{\omega^2}{c^2} \cos(\omega t - kz + \varphi) = 0 \quad \forall (z, t) \rightarrow \omega = kc$$

6-7)  $\vec{B}(M, t) = \frac{\vec{e}_z \wedge \vec{E}(M, t)}{c} = \frac{E_0}{c} \vec{e}_y \cos(\omega t - kz + \varphi) \quad \vec{\Pi}(M, t) = \frac{\vec{E}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \vec{e}_z \cos^2(\omega t - kz + \varphi)$

8)  $w(M, t) = \frac{\epsilon_0}{2} E^2(M, t) + \frac{1}{2\mu_0} B^2(M, t) = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz + \varphi)$

9)  $\langle \vec{\Pi} \rangle_T = c \langle w \rangle_T \vec{e}_z = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 \vec{e}_z \quad \text{Car } \langle \cos^2(\omega t - kz + \varphi) \rangle_T = \frac{1}{2}$

10) Le mouvement est à **force centrale**, d'après le T.M.C. la dérivée du moment cinétique est nulle.

$m_e \overrightarrow{OM} \wedge \vec{v}(M) = \vec{L}_O = \overrightarrow{cste} \rightarrow \overrightarrow{OM} \perp \vec{L}_O \quad \text{L'électron se déplace dans le plan orthogonal à } \vec{L}_O.$

11-12)  $\vec{L}_O = m_e r \vec{e}_r \wedge \left( \frac{dr}{dt} \vec{e}_r + r \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_\theta \right) = m_e r^2 \frac{d\theta}{dt} \vec{e}_z = \overrightarrow{cste} \quad \text{Si } r \text{ est constant alors } \frac{d\theta}{dt} \text{ l'est tout autant.}$

13) D'après la 2<sup>ème</sup> loi de Newton,  $-m_e \frac{v^2}{R} \vec{e}_r = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R^2} \vec{e}_r \rightarrow v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m_e R}}$

14-15)  $L_O = n \frac{h}{2\pi} = m_e R v \rightarrow R = n^2 \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \rightarrow a_0 = 53,1 \text{ pm} \quad 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

16)  $\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c + \mathcal{E}_p = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 R} = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 R} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} \rightarrow \mathcal{E}_0 = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}$

17)  $\mathcal{E}_\gamma = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \mathcal{E}_\gamma(600 \text{ nm}) = 3,31 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2,07 \text{ eV}$

18)  $\frac{hc}{\lambda_{n,p}} = \Delta\mathcal{E}_{n \rightarrow p} = -\mathcal{E}_0 \left( \frac{1}{p^2} - \frac{1}{n^2} \right) \rightarrow \lambda_{n,p} = \frac{hc}{\mathcal{E}_0 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2} \right)}$

19)  $380 \text{ nm} < \lambda_{n,p} < 780 \text{ nm} \Leftrightarrow 380 \text{ nm} < \frac{hc}{\mathcal{E}_0 \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{p^2} \right)} < 780 \text{ nm} \Leftrightarrow 2,7 < p < 10,7$

20) L'électron s'échappe de l'attraction coulombienne si son énergie mécanique est positive ou nulle. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène est donc égale à  $\mathcal{E}_0 = 13,6 \text{ eV}$ .

**21-22)** L'onde électromagnétique ne pénètre pas le conducteur parfait. La continuité du champ électrique en  $z = 0 \quad \forall t$ , impose  $\vec{E}_r(\mathbf{M}, t) = -E_0 \vec{e}_x \cos(\omega t + kz + \varphi) \rightarrow \vec{B}_r(\mathbf{M}, t) = \frac{E_0}{c} \vec{e}_y \cos(\omega t + kz + \varphi)$

**23-24)**  $\vec{B}(0^-, t) = \frac{2E_0}{c} \vec{e}_y \cos(\omega t + \varphi) \quad \vec{j}_s(t) = \frac{2E_0}{\mu_0 c} \vec{e}_x \cos(\omega t + \varphi) \quad \vec{F}_L(t) = 2S\epsilon_0 E_0^2 \vec{e}_z \cos^2(\omega t + \varphi)$

**25-26)**  $\langle \vec{F}_L(t) \rangle_T = S\epsilon_0 E_0^2 \vec{e}_z$  Car  $\langle \cos^2(\omega t + \varphi) \rangle_T = \frac{1}{2} \quad p_\odot = 7.10^{-6} Pa \quad p_{laser} = 7 Pa$

**27)** Les photons traversant une aire  $S$  par unité de temps se situent dans un cylindre de volume  $Sc$ .

Ainsi,  $n_\gamma^* Sc \epsilon_\gamma = IS \rightarrow n_\gamma^* = \frac{I}{c \epsilon_\gamma} \quad n_{\gamma, laser}^* = \frac{\lambda I_2}{hc^2} = 10^{19} m^{-3}$

**28-29)** D'après la relation de Planck-Einstein, l'impulsion d'un photon est  $\vec{p}_\gamma = \frac{\epsilon_\gamma}{c} \vec{e}_z \rightarrow \Delta \vec{p}_\gamma = -\frac{2\epsilon_\gamma}{c} \vec{e}_z$

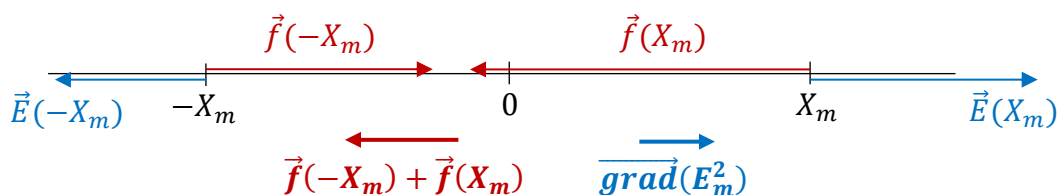
**30-31)**  $\Delta \vec{p}_{dt} = n_\gamma^* Sc dt \Delta \vec{p}_\gamma = -\frac{2ISdt}{c} \vec{e}_z$  D'après les 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> lois de Newton, la force exercée par les photons sur la l'aire  $S$  est  $-\frac{\Delta \vec{p}_{dt}}{dt} = \frac{2IS}{c} \vec{e}_z \rightarrow \vec{p} = \frac{2I}{c} = \epsilon_0 E_0^2$

**32)**  $E_0 \gg \frac{m_e g}{e} = 5,6.10^{-11} V.m^{-1}$  C'est une valeur limite extrêmement faible.

**33-35)**  $\langle \vec{F}(t) \rangle_T = \langle -eE_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x \rangle_T = \vec{0}$  D'après la 2<sup>ème</sup> loi de Newton,  $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{eE_0}{m_e} \cos(\omega t) \vec{e}_x$   
 $\rightarrow v(t) = \frac{eE_0}{\omega m_e} \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow x(t) = \frac{eE_0}{\omega^2 m_e} \cos(\omega t)$

**36)** L'unité de  $\alpha$  est  $V.m^{-2}$ .  $\overrightarrow{grad}(E_m^2) = 2(E_0 + \alpha x) \alpha \vec{e}_x \sim 2\alpha E_0 \vec{e}_x$  Sens de grandissement de  $E_m$

**37-39)** La résultante de ces deux forces est dans le sens de diminution de  $E_m$ . Il en va de même pour la force pondéromotrice.  $\vec{f}_p = \langle -e(E_0 + \alpha x(t)) \cos(\omega t) \vec{e}_x \rangle_T = -\frac{e^2 E_0 \alpha}{\omega^2 m_e} \langle \cos^2(\omega t) \rangle_T \vec{e}_x = -\frac{e^2 E_0 \alpha}{2\omega^2 m_e} \vec{e}_x$  OK !



**40)** Dans le cadre d'un accélérateur à champ électrique uniforme et constant, une telle énergie cinétique serait obtenue avec une tension égale à  $2 GV \rightarrow E = 10^{11} V.m^{-1} \rightarrow F = eE = 10^{-8} N$

**41)**  $E_0 = \sqrt{\frac{8P}{\pi d^2 c \epsilon_0}} = 10^{13} V.m^{-1} \rightarrow \alpha = \frac{8\pi^2 c^2 m_e f_p}{\lambda^2 e^2 E_0}$  Avec  $f_p = F$  Ainsi,  $\alpha = 6.10^{17} V.m^{-2}$

Dans ce laser surpuissant, le champ électrique est très fort et extrêmement hétérogène.

$$42-45) \quad v_1 = k_1(a - x) \quad v_2 = k_2x \quad v = -\frac{d[I_a]}{dt} = v_1 - v_2 \rightarrow \frac{dx}{dt} + (k_1 + k_2)x = k_1a \quad x_\infty = \frac{k_1a}{k_1 + k_2}$$

46) L'absorbance d'une solution est mesurée à l'aide d'un **spectrophotomètre**.

La longueur d'onde de travail  $\lambda_{opt}$  correspond **au maximum** des fonctions  $A_a(\lambda)$  et  $A_b(\lambda)$ , en espérant que  $\lambda_{opt,a} \sim \lambda_{opt,b}$  ! Ainsi, la sensibilité de la mesure sera optimale.

Le « réglage du blanc » consiste à mesurer au préalable l'absorbance **du solvant seul et de le soustraire** à l'absorbance de la solution grâce à une mise à zéro du spectrophotomètre.

$$47-49) \quad A = \varepsilon_a l(a - x(t)) + \varepsilon_b l x(t) \quad A_0 = \varepsilon_a l a \quad A_\infty = \varepsilon_a l(a - x_\infty) + \varepsilon_b l x_\infty = A_0 + (\varepsilon_b l - \varepsilon_a l)x_\infty$$

$$\text{On en déduit que } A - A_0 = (A_\infty - A_0)(1 - \exp(-(k_1 + k_2)t)) \rightarrow -(k_1 + k_2)t = \underbrace{\ln\left(1 - \frac{A - A_0}{A_\infty - A_0}\right)}_{g(A, A_0, A_\infty)}$$

La méthode de Monte-Carlo consiste à simuler  $N$  relevés de l'absorbance en fonction du temps en créant artificiellement  $N$  listes de temps et  $N$  listes d'absorbance. Chaque terme  $i$  de ces listes est placé aléatoirement dans les intervalles  $[t[i] - \Delta t ; t[i] + \Delta t]$  et  $[A[i] - \Delta A ; A[i] + \Delta A]$  avec  $\Delta t$  et  $\Delta A$ , les demi-étendues égales au produit des écart-types par  $\sqrt{3}$ , d'après la loi de distribution uniforme (lignes 32 & 33).

Ainsi, on obtient  $N$  droites de régression (ligne 42) dont on stocke sous forme de listes, les  $N$  pentes et les  $N$  ordonnées à l'origine (lignes 45 & 46).

Il suffit pour conclure de prendre la moyenne (lignes 48 & 49) et l'écart-type de ces listes (lignes 52 & 53). On obtient une très bonne estimation de  $k_1 + k_2 = 0,256 \pm 0,010 \text{ min}^{-1}$

$$50-52) \quad K^0 = \frac{[I_b]_\infty}{[I_a]_\infty} = \exp\left(-\frac{\Delta_r G^0}{RT}\right) = 3,5 \quad \text{A l'équilibre, } v_1 = v_2 \rightarrow \frac{[I_b]_\infty}{[I_a]_\infty} = \frac{k_1}{k_2}$$

Ainsi,  $k_1 = 0,199 \text{ min}^{-1}$  et  $k_2 = 0,057 \text{ min}^{-1}$