CCS 2 2019

1) $n\frac{HI}{IA}=\frac{HI}{IA_1} \;\rightarrow\; n\frac{HI}{HA}\sim\frac{HI}{HA_1} \;\rightarrow\; \boldsymbol{n\,\overline{HA_1}\sim\overline{HA}}$

2) $p'-p=D_1$ (Mayer !) $\rightarrow$ $\boldsymbol{p=\frac{D_1}{\gamma-1}}$ et $\boldsymbol{p'=\frac{\gamma D_1}{\gamma-1}}$ (C_v et C_p !) $\rightarrow$ $\boldsymbol{f'=-\frac{\gamma D_1}{(\gamma-1)^2}}$

3) On pose $x=-\gamma$ et on étudie la fonction $u(x)=\frac{(x+1)^2}{x}$: Elle est minimale en $x=1$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{f'<\frac{D_1}{4}}$

Bessel-Silbermann !

4) $HA_1=\frac{2}{3}L \rightarrow D_1=9\,cm \rightarrow \boldsymbol{f'=2\,cm} \rightarrow \boldsymbol{p'=6\,cm}$

5) Il faut **diminuer** f' ce qui entraine une diminution de $|p|$ **incompatible** avec l'approximation de Gauss.

6) $\boldsymbol{2a>l_c}=100\,\mu m$ (Par exemple)

7) A partir des relations de Descartes $\frac{1}{p'-e'}+\frac{1}{|p|+e}=\frac{1}{f'} \rightarrow \frac{1}{p'-e'}+\frac{1}{|p|}\left(1-\frac{e}{|p|}\right)\sim\frac{1}{f'}$ et $\frac{1}{p'}+\frac{1}{|p|}=\frac{1}{f'}$

On en déduit que $\boldsymbol{\frac{e'}{p'-e'}=\frac{ep'}{p^2}}$ Puis le théorème de Thalès nous permet d'écrire $\boldsymbol{\frac{e'}{p'-e'}=\frac{\phi}{d}}$

Ainsi $\phi=\boldsymbol{\frac{dep'}{p^2}=\frac{\gamma de}{p}}$ [On est proche de l'exercice 3 du TD optique géométrique]

8) $\frac{\gamma de}{p}>|\gamma|a \rightarrow d>\frac{a|p|}{e}=\boldsymbol{10\,cm=5f'}$ (Incompatible avec l'approximation de Gauss)

9) Les rayons réfracté et réfléchi sont dans le plan d'incidence (Plan formé par la normale au dioptre et le rayon incident). De plus, $\boldsymbol{i_1=-i_1'}$ (orientation non obligatoire) et $\boldsymbol{n_1\sin i_1=n_2\sin i_2}$ (Figure 7)

10) Il y réflexion totale s'il n'y a pas de rayon réfracté : $\boldsymbol{\sin i_1>\frac{n_2}{n_1}}$

11) Figure 2, nous voyons que $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ est supérieur à $\frac{1}{n}=\frac{2}{3}$: Le doigt **n'est pas éclairé**.

12) Cours ; Le vide (sans limite) est **non dispersif**, la relation de dispersion est linéaire : $\boldsymbol{v_\varphi=\frac{\omega}{k}=c}$

13) La relation de dispersion **n'est plus linéaire** : $\boldsymbol{v_\varphi(\lambda_0)}=\frac{\omega}{k}=\boldsymbol{\frac{c}{n(\lambda_0)}}$

14 & 15) La relation I.1 est l'écriture de **la continuité de $\vec{E}$** en $z=0$. Notamment en $x=0$, $\boldsymbol{1+\underline{r}=\underline{t}}$

16) La relation I.1 étant valable pour tout x, les pulsations spatiales sont égales : $k_{ix}=k_{rx}=k_{tx} \Leftrightarrow$ $nk_0\sin i_1=-nk_0\sin i_1'=k_0\sin i_2$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{i_1=-i_1'}$ et $\boldsymbol{n\sin i_1=\sin i_2}$

17) La continuité de $\vec{B}$ en $z=0$ permet d'écrire $\vec{k}_i\wedge\vec{E}_i+\vec{k}_r\wedge\vec{E}_r=\vec{k}_t\wedge\vec{E}_t$, relation que l'on projette sur $\vec{e}_x$: $(\vec{E}_i\wedge\vec{e}_x).\vec{k}_i+(\vec{E}_r\wedge\vec{e}_x).\vec{k}_r=(\vec{E}_t\wedge\vec{e}_x).\vec{k}_t \rightarrow \boldsymbol{k_{iz}-\underline{r}k_{rz}=\underline{t}k_{tz}}$

[En effet, en combinant I.2 et I.3 on obtient bien les expressions de $\underline{r}$ et $\underline{t}$ données ($k_{rz}=k_{iz}$)]

18) $\boldsymbol{\vec{k}_i=nk_0(\sin i_1\vec{e}_x+\cos i_1\,\vec{e}_z)}$

19-20) En effet, $k_{tx}^2+k_{tz}^2=k_0^2$ (Euclide, Pythagore …) donc $k_{tz}^2=k_0^2(1-\sin^2 i_2)=\boldsymbol{k_0^2(1-n^2\sin^2 i_1)}$

Si $\sin i_1<\frac{1}{n}$, $k_{tz}=\boldsymbol{k_0\sqrt{1-n^2\sin^2 i_1}}$ $\rightarrow \vec{E}_t=\underline{t}E_0\vec{e}_y\exp\left(-j\left(\omega t-nk_0\sin i_1\,x-k_0z\sqrt{1-n^2\sin^2 i_1}\right)\right)$

Situation de réfraction avec une onde progressive suivant x et z .

Si $\sin i_1 > \frac{1}{n}$, $k_{tz} = \boldsymbol{jk_0\sqrt{n^2\sin^2 i_1 - 1}} = \frac{j}{\delta}$ avec $\boldsymbol{\delta} = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{n^2\sin^2 i_1 - 1}}$

$$\rightarrow \boldsymbol{\vec{E}_t = \underline{t}E_0\vec{e}_y \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right)\exp(-j(\omega t - nk_0 \sin i_1\, x))}$$

Réflexion totale avec une onde **stationnaire amortie (évanescence) suivant z et progressive suivant x.**
L'onde pénètre l'air sur une distance de quelques δ sans pour autant se propager dans la direction $\vec{e}_z$.
Si l'onde ne se propage pas, l'énergie non plus : La coordonnée du vecteur de Poynting sur $\vec{e}_z$ contient un produit "$\sin(\omega t - nk_0 \sin i_1\, x)\cos(\omega t - nk_0 \sin i_1\, x)$" de valeur moyenne nulle.

[Toute cette partie est très proche du problème A du TD électromagnétisme]

21) L'équation vérifiée par $\Phi_G(x)$ est $\frac{d^2\Phi_G}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\mathcal{E}\,\Phi_G(x) = 0$ donc $\boldsymbol{k} = \frac{\sqrt{2m\mathcal{E}}}{\hbar}$

22) L'équation vérifiée par $\Phi_D(x)$ est $\frac{d^2\Phi_D}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(\mathcal{E} - V_0)\,\Phi_D(x) = 0$ donc $\boldsymbol{\underline{q}} = \frac{\sqrt{2m(\mathcal{E}-V_0)}}{\hbar}$ si $\mathcal{E} > V_0$
et $\boldsymbol{\underline{q}} = \frac{j\sqrt{2m(V_0-\mathcal{E})}}{\hbar}$ si $\mathcal{E} < V_0$ ***D* est nul** dans les deux cas (sens de propagation droite - gauche impossible ou limite infinie de $\Phi_D(x \to \infty)$ intolérable).

23) Continuités : $A + B = C$ et $k(A - B) = \underline{q}C$ $\rightarrow$ $\underline{r} = \frac{B}{A} = \boldsymbol{\frac{1-\underline{\nu}}{1+\underline{\nu}}}$ et $\underline{t} = \frac{C}{A} = \boldsymbol{\frac{2}{1+\underline{\nu}}}$ (Page 4 !)

24) Grâce à l'analogie avec le vecteur densité de courant de charge $\vec{j} = \rho_{mob}\vec{v}$, on écrit $\boldsymbol{\vec{J} = |\Phi|^2\frac{\hbar}{m}\vec{k}}$
$R = \frac{\|\vec{J}_r\|}{\|\vec{J}_i\|} = \boldsymbol{\underline{r}^2} = \left(\boldsymbol{\frac{1-\underline{\nu}}{1+\underline{\nu}}}\right)^2$ $T = \frac{\|\vec{J}_t\|}{\|\vec{J}_i\|} = \boldsymbol{\underline{\nu}}\,\underline{t}^2 = \boldsymbol{\frac{4\underline{\nu}}{(1+\underline{\nu})^2} = 1 - R}$ Evènements complémentaires !

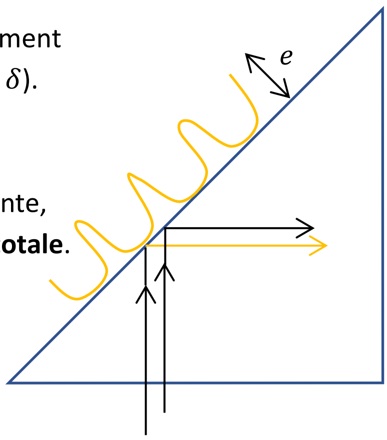
25) $\Psi_D(x) = C\exp\left(-\frac{\sqrt{2m(V_0-\mathcal{E})}}{\hbar}x\right)\exp(-j\omega t)$ **Il n'y a pas de propagation** de la fonction d'onde : $T = 0$

26) $\boldsymbol{k_{tz}^2 < 0}$ et $\boldsymbol{k_{tz} \in j\mathbb{R}}$ $\boldsymbol{\underline{\nu} = j\sqrt{\frac{V_0}{\mathcal{E}} - 1}}$ $\boldsymbol{\underline{r} = \frac{\sqrt{\mathcal{E}}-j\sqrt{V_0-\mathcal{E}}}{\sqrt{\mathcal{E}}+j\sqrt{V_0-\mathcal{E}}}}$

$\boldsymbol{\underline{\nu} = \frac{j}{n\cos i_1}\sqrt{n^2\sin^2 i_1 - 1} = j\sqrt{\frac{n^2-1}{n^2-n^2\sin^2 i_1} - 1}}$ Existence d'un **champ** $(\boldsymbol{\vec{E}}\,;\boldsymbol{\vec{B}})$ non nul …

27) D'après le résultat à la question 25, on voit que κ joue le rôle de $\frac{1}{\delta}$.
On calcule $\delta = \frac{\lambda_0}{2\pi\sqrt{n^2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right)-1}} = \boldsymbol{284\ nm} \ll e = 30\ \mu m$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{T \sim \exp\left(-\frac{2\sqrt{2}e}{\delta}\right) < 10^{-100}}$

L'application du doigt sur la face externe du prisme limite le développement de l'onde évanescente là où il n'y a pas assez d'épaisseur d'air (environ δ).
À ces endroits, la lumière éclaire **les parties saillantes** de la peau qui la rediffuse **avec sa couleur**. La réflexion totale est frustrée.
Alors que dans **les creux des sillons**, l'épaisseur d'air e est trop importante, l'onde évanescente s'établit sur une large couche et **la réflexion reste totale**.



28 & 29) $V(r) = \frac{2(Z-2)e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\mathbf{2(Z-2)\hbar c\alpha}}{\boldsymbol{r}}$ $\quad$ $\boldsymbol{N(T) = N(t=0)\exp(-\lambda T)} = \frac{\boldsymbol{N(t=0)}}{\mathbf{2}} \rightarrow T = \frac{\ln 2}{\lambda}$

30) $\boldsymbol{\mathcal{E}_c = \mathcal{E}_\alpha + V_0} = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{\mathbf{2(\mathcal{E}_\alpha + V_0)}}{\boldsymbol{m}}} = \frac{2R}{\Delta t} = \mathbf{2}\boldsymbol{Rf}$ $\quad$ Avec Δt la durée entre deux collisions

31) $\log T = \frac{\gamma}{\ln 10} - \log f + \log(\ln 2) = \frac{2(Z-2)\alpha\pi\sqrt{2mc^2}}{\ln 10\sqrt{\mathcal{E}_\alpha}} - \log\left(\frac{c}{2R}\sqrt{\frac{2(\mathcal{E}_\alpha + V_0)}{mc^2}}\right) - \frac{8(Z-2)\alpha\sqrt{2mc^2}}{\ln 10\sqrt{V_m}} + \log(\ln 2)$

Ce qui est remarquable (et qui est resté longtemps un mystère) dans la radioactivité alpha, c'est la grande variation de T pour une faible évolution de $\mathcal{E}_\alpha$. D'après la figure 10, f varie entre 1,6 et 1,9 ZHz !
Ce n'est certainement pas le terme "$\log f$ " qui est responsable des variations de T,
on peut donc le considérer constant : $\log T = \frac{2(Z-2)\alpha\pi\sqrt{2mc^2}}{\ln 10\sqrt{\mathcal{E}_\alpha}} + C_2$

32 & 33) $\boldsymbol{w = A_m\mathcal{E}_\alpha \sim 30\ W.kg^{-1}}$ $\quad$ La grandeur ρw représente l'émission thermique **volumique** (?!)

34-36) $\boldsymbol{u = 1,1.10^4\ W.m^{-3}}$ On applique le premier principe en régime stationnaire à l'inter cylindre :
$\phi(r) - \phi(r+dr) + 2\pi rHdr\, u = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\frac{d\phi}{dr} = 2\pi rH\, u}$ $\quad$ $\phi(r) = 2\pi rHj_{th,r} = \boldsymbol{-2\pi rH\lambda\frac{dT}{dr}}$

37) $\boldsymbol{\phi(r) = \pi r^2 H\, u}$ (Flux nul en $r = 0$) Puis $\boldsymbol{T(r) = T(R) - \frac{u(r^2-R^2)}{4\lambda}}$

38) La continuité du flux en $r = R$ se traduit par $\boldsymbol{h(T(R) - T_f) = \frac{Ru}{2}}$
En prenant $T_f = 12\ °C$, on obtient sans ventilation $\boldsymbol{T(R) = 149\ °C}$ $\rightarrow$ **Le stockage n'est pas possible.**
Alors que la condition $T_{max} = \boldsymbol{T(0) = 281\ °C} < 510\ °C$ était respectée.

Il faut donc attendre un peu, le temps nécessaire pour que $T(R) = 90\ °C$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{u' = 6,5.10^3\ W.m^{-3}}$
La cinétique de désintégration étant d'ordre 1, on obtient λ ainsi : $50\lambda = \ln 3 \rightarrow \boldsymbol{\lambda = 2,2.10^{-2}\ an}$
Soit τ la durée d'attente, $u' = u\exp(-\lambda\tau)$ $\rightarrow$ $\boldsymbol{\tau \sim 24\ ans}$

Au début de cette phase d'attente, avec ventilation et $T_f = 12\ °C$ (?), on a $\boldsymbol{T(R) = 61\ °C} < 90\ °C$

39 & 40) $O_2 + 4\,e^- \rightleftharpoons 2\,O^{2-}$ $\quad$ $E_T = E^0_{O_2/O^{2-}} + \frac{RT}{4\mathcal{F}}\ln\left(\frac{\boldsymbol{f_{O_2}}}{\boldsymbol{P^0 a^2_{O^{2-}}}}\right)$ $\quad$ $E_{réf} = E^0_{O_2/O^{2-}} + \frac{RT}{4\mathcal{F}}\ln\left(\frac{\boldsymbol{P_{O_2\,réf}}}{\boldsymbol{P^0 a^2_{O^{2-}}}}\right)$

41) $E_T = E^0_{O_2/O^{2-}} + \frac{0{,}06}{4}\log\left(\frac{f^*_{O_2}}{P^0 a^2_{O^{2-}}}\right) = E^0_{Ce^{4+}/Ce^{3+}} \rightarrow \log\left(\frac{f^*_{O_2}}{P^0}\right) = \boldsymbol{\log a^2_{O^{2-}} + \frac{4}{0{,}06}\left(E^0_{Ce^{4+}/Ce^{3+}} - E^0_{O_2/O^{2-}}\right)}$

42) $\log\left(\frac{a_{Ce^{3+}}}{a_{Ce^{4+}}}\right) = \frac{1}{0{,}06}\left(E^0_{Ce^{4+}/Ce^{3+}} - E^0_{O_2/O^{2-}}\right) - \frac{1}{4}\log\left(\frac{f_{O_2}}{P^0 a^2_{O^{2-}}}\right) = \boldsymbol{\frac{1}{4}\log\left(\frac{f^*_{O_2}}{f_{O_2}}\right)}$

43) a. Il faut **baisser la pression** : $\boldsymbol{P_{O_2\,réf}} \searrow \Rightarrow f_{O_2} \searrow \Rightarrow a_{Ce^{3+}} \nearrow$

b. Il faut **augmenter la basicité** : $\boldsymbol{a_{O^{2-}}} \nearrow \Rightarrow f^*_{O_2} \nearrow \Rightarrow a_{Ce^{3+}} \nearrow$

c. Il faut **ajouter de la matière réductrice** : $\boldsymbol{E_T} \searrow \Rightarrow a_{Ce^{3+}} \nearrow$

44) La troisième méthode ci-dessus est retenue, la fugacité en oxygène est maintenue sous le seuil de $1\ atm$ à $1100\ °C$, le moussage est évité …

[Est-ce suffisant ? C'est un peu maigre pour une fin d'un si bon et long problème.]