

I.A.1) La distribution est **invariante par rotation** autour de (Oz) , la norme de \vec{B} ne dépend que de r et z . Le plan méridien $(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ est un plan d'**antisymétrie** pour la distribution, \vec{B} est contenu dans ce plan.

I.A.2) La **première** simulation correspond évidemment à la carte **1**. Le courant induit dans la plaque crée un champ magnétique induit dont l'amplitude est **proportionnelle à la fréquence** (Loi de Faraday). Or, ce champ s'oppose aux variations du champ créé par la bobine (Loi de Lenz) donc la **seconde** simulation correspond à la carte **3** car le champ total est alors plus faible.

I.A.3) La modélisation est grossière, le champ n'est pas uniforme. Prenons à peu près $B_0 = 3 \text{ mT}$

$$B(O) = \frac{\mu_0 N i_0}{l_b} = 5,8 \text{ mT} \rightarrow \alpha = 0,5$$

I.B.1 & 2) On intègre l'équation le long d'un cercle de rayon r : $2\pi r E_\theta = \pi r^2 \omega B_0 \sin(\omega t)$ puis $\vec{j} = \gamma_0 \vec{E}$

I.C.1) On reconnaît le montage suiveur, on en déduit que $Y_1(t) = e(t)$ et ainsi $\frac{dV_s}{dt} + \frac{R+R'}{L} V_s = \frac{R'}{L} e(t)$

La limite $V_{s,max} = \frac{R'}{R+R'} E = 4,9 \text{ V} \rightarrow R = 10 \Omega$ La constante de temps $\tau = \frac{L}{R+R'} = 78 \mu\text{s} \rightarrow L = 40 \text{ mH}$

I.C.2) L'impédance $R + \delta R + j\omega(L - \delta L)$ concerne l'ensemble "bobine-plaque".

L'apparition de courants de Foucault dans la plaque engendre, à i_0 constante, une puissance dissipée par **effet Joule supplémentaire**. Il est donc normal d'avoir $\delta R > 0$.

I.C.3) On a déjà remarqué une baisse du champ magnétique en présence de la plaque, à i_0 constante.

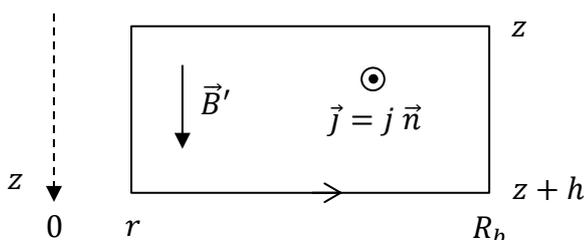
La double expression de l'énergie magnétique $(\iiint \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$ et $\frac{1}{2} Li^2)$ nous permet d'affirmer que $\delta L > 0$.

I.C.4) En limitant la plaque à la zone A, on a $P_j = \iiint \frac{j^2}{\gamma_0} d\tau = \int_0^{R_b} \frac{j^2}{\gamma_0} d 2\pi r dr$

$$= \frac{1}{2} \pi d \gamma_0 \omega^2 B_0^2 \sin^2(\omega t) \int_0^{R_b} r^3 dr = \frac{\pi}{8} d \gamma_0 \omega^2 B_0^2 R_b^4 \sin^2(\omega t) \rightarrow \langle P_j \rangle = \frac{\pi}{16} d \gamma_0 \omega^2 B_0^2 R_b^4$$

$$\text{Or } \langle i^2 \rangle = \frac{1}{2} i_0^2 = \frac{B_0^2 l_b^2}{2\alpha^2 \mu_0^2 N^2} \text{ d'où } \delta R = \frac{\pi \alpha^2 \mu_0^2 N^2 d \gamma_0 \omega^2 R_b^4}{8 l_b^2}$$

I.C.5) On intègre l'équation le long d'un rectangle dans un plan méridien ($r \leq r' \leq R_b$ et $z \leq z' \leq z + h$)



$$\text{A.R.Q.S.} \rightarrow \oint \vec{B}' \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

$$h B'(r, t) = \mu_0 \int_r^{R_b} j h dr'$$

$$B'(r, t) = \frac{1}{4} \mu_0 \gamma_0 \omega B_0 (R_b^2 - r^2) \sin(\omega t)$$

$$\mathcal{E}_m = \iiint \frac{B'^2}{2\mu_0} d\tau = \frac{1}{32} \mu_0 \gamma_0^2 \omega^2 B_0^2 \sin^2(\omega t) \int_0^{R_b} (R_b^2 - r^2)^2 d 2\pi r dr = \frac{\pi}{96} \mu_0 \gamma_0^2 \omega^2 B_0^2 d R_b^6 \sin^2(\omega t)$$

Hypothèse ↑ discutable

$$\langle \mathcal{E}_m \rangle = \frac{\pi}{192} \mu_0 \gamma_0^2 \omega^2 B_0^2 d R_b^6 \rightarrow \delta L = \frac{\pi \alpha^2 \mu_0^3 N^2 d \gamma_0^2 \omega^2 R_b^6}{48 l_b^2}$$

I.C.6) $\delta R = 0,05 \Omega$ $\delta L = 0,2 mH$ Les valeurs sont faibles, le dispositif devra être sensible.

I.C.7) Apparemment δR et δL augmentent avec la fréquence mais travailler à des fréquences plus élevées remettrait en cause quelques hypothèses (Courant de déplacement négligé, loi d'Ohm vérifiée ...) mais surtout **l'effet de peau ne serait plus négligeable**. Seuls les défauts superficiels seraient détectés.

I.D.1) Le courant d'entrée i_- étant nul, la tension proportionnelle à $i(t)$ est $V_e(t)$ car $V_e(t) = R_0 i(t)$
Celle proportionnelle à $u(t)$ est $V_s(t)$ car $V_+ = V_- \rightarrow V_s(t) = -u(t)$

I.D.2) On reconnaît un filtre **déphaseur** dont le déphasage varie entre 0^- et $-\pi^+$

$$\text{I.D.3) } |H(0)| = 1 \quad |H(\omega_c)| = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1+5^{2n}}} \right) \leq -80 \Leftrightarrow n \geq 5,7 \rightarrow n = 6$$

$$\text{I.D.4) } e_1(t) = R_0 i(t) = R_0 i_0 \cos(\omega t) \quad \text{et} \quad e_2(t) = -u(t) = -|Z| i_0 \cos(\omega t + \arg(Z))$$

$$s_1(t) = -k R_0 i(t) u(t) = -\frac{k}{2} R_0 i_0^2 |Z| \left(\cos(\arg(Z)) + \cos(2\omega t + \arg(Z)) \right)$$

$$\text{Si } 2\omega \gg \omega_c \text{ (} 2\omega = 5\omega_c \text{ suffit) } y_1(t) = -\frac{k}{2} R_0 i_0^2 |Z| \cos(\arg(Z)) = -\frac{k}{2} R_0 i_0^2 \mathcal{R}e(Z)$$

Afin de faire apparaître un terme en $|Z| \sin(\arg(Z))$, il faut **déphaser** $e_1(t)$ de $-\frac{\pi}{2}$

$$\text{Si } \omega = \omega_0, s_2(t) = \frac{k}{2} R_0 i_0^2 |Z| \left(\sin(\arg(Z)) + \sin(2\omega t + \arg(Z)) \right) \text{ et } y_2(t) = \frac{k}{2} R_0 i_0^2 \mathcal{I}m(Z)$$

I.E.1) Un **tarage** a été effectué sur une plaque sans défaut ($\mathcal{R}e(\underline{Z}^{sd}) = R + \delta R$, $\mathcal{I}m(\underline{Z}^{sd}) = L\omega - \delta L\omega$)
Quand la bobine est au-dessus de la fissure, les courants de Foucault ont **plus de mal à s'établir**, les valeurs effectives de δR et δL seront moindres, entraînant une baisse de $\mathcal{R}e(\underline{Z})$ et une augmentation de $\mathcal{I}m(\underline{Z})$.
La fissure est symétrique autour de $x = 0$, elle semble être en trois parties du type

La largeur de $0,8 mm$ ne semble correspondre qu'à la partie centrale (et encore !)



I.E.2) On observerait une variation de \underline{Z} du même type que précédemment à **l'entrée et à la sortie** de la fissure. Entre ces deux extrémités, $\underline{Z} \sim R + \delta R + j(L - \delta L)\omega$, les relevés seraient quasi nuls.

II.A.1) Dans un réseau cubique à faces centrées, les atomes sont tangents le long de la diagonale d'une face donc $4 r_{Al} = \sqrt{2} a$ (a étant le paramètre de la maille)

Les sites octaédriques d'insertion sont au milieu des arêtes et au centre du cube donc

$$r_{Al} + r_{oc} \leq \frac{a}{2} \Leftrightarrow r_{oc} \leq (\sqrt{2} - 1)r_{Al} = 59 pm \rightarrow \text{L'insertion du cuivre y est impossible.}$$

Les sites tétraédriques d'insertion sont au centre des huit petits cubes de côté $\frac{a}{2}$ donc

$$r_{Al} + r_{té} \leq \frac{a\sqrt{3}}{4} \Leftrightarrow r_{té} \leq \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1 \right) r_{Al} = 32 pm \rightarrow \text{L'insertion du cuivre y est impossible.}$$

La phase α est un alliage par **substitution**, on pouvait s'en douter car les rayons r_{Al} et r_{Cu} sont très proches

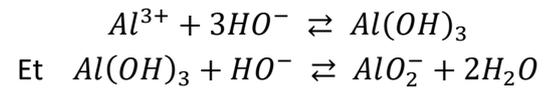
II.A.2) La maille contient 4 atomes d'aluminium $\left(1 + 2 * \frac{1}{2} + 4 * \frac{1}{4} + 8 * \frac{1}{8}\right)$ pour 2 atomes de cuivre $\left(4 * \frac{1}{2}\right)$, la formule est donc **Al_2Cu** .

La distance minimale $Cu - Al$ vaut $\sqrt{\left(\frac{580}{4}\right)^2 + \left(\frac{404}{2}\right)^2} = 249 \text{ nm}$ La coordinence du cuivre est égale à **8**

$$\mu_{Al_2Cu}^\beta = \frac{(4*27+2*63,5)*10^{-3}}{0,404^2*10^{-18}*0,58*10^{-9}*6,02*10^{23}} = \mathbf{4,12 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot m^{-3}} > \mu_{Al} = \frac{4M_{Al}}{16\sqrt{2}r_{Al}^3 N_A} = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot m^{-3}$$

II.B.1) L'alliage sous forme de poudre **se dissout plus facilement et réagit plus vite** avec HO^-

Le domaine **D** est occupé par **Al** ($n.o. = 0$), alors que les espèces **Al^{3+} , $Al(OH)_3$ et AlO_2^-** occupent respectivement les domaines **A, B et C** ($n.o. = III$) car



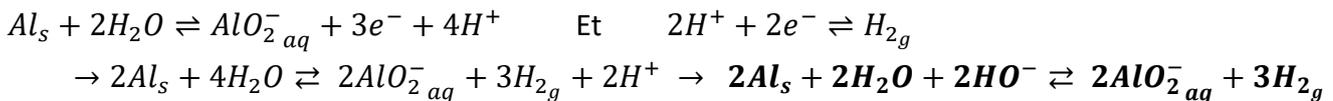
A l'apparition du solide $K_s = C[HO^-]^3 = 10^{-32} \Leftrightarrow [HO^-] = 10^{-10} \text{ mol} \cdot L^{-1} \Leftrightarrow \mathbf{pH = 4}$

La demi-équation redox est $2Cu_{aq}^{2+} + 2e^- + H_2O \rightleftharpoons Cu_2O_s + 2H^+$

le potentiel de Nernst s'écrit donc $E = E_{Cu_{aq}^{2+}/Cu_2O_s}^0 + \mathbf{0,06 \text{ pH}} + 0,06 \log[Cu_{aq}^{2+}]$

Contrairement au cuivre, **le domaine de l'aluminium est disjoint de celui de l'eau.**

L'attaque par la soude sépare les deux éléments en oxydant Al en AlO_2^- sans toucher au cuivre :

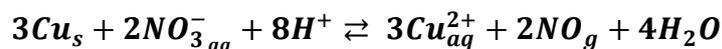


En milieu très basique, il se forme **un ion soluble (AlO_2^-), ce qui facilite le filtrage.**

En milieu neutre, l'hydroxyde $Al(OH)_3$ solide ne permettrait pas cela.

La montée en température et l'ébullition favorise et accélère le **dégazage**.

II.B.2) $Cu_s \rightleftharpoons Cu_{aq}^{2+} + 2e^-$ Et $NO_3^-_{aq} + 3e^- + 4H^+ \rightleftharpoons NO_g + 2H_2O$



II.B.3) A l'équilibre les potentiels des couples $S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}$ et I_2/I^- s'égalisent.

$$E_{S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}}^0 + 0,03 \log \frac{[S_4O_6^{2-}]}{[S_2O_3^{2-}]^2} = E_{I_2/I^-}^0 + 0,03 \log \frac{[I_2]}{[I^-]^2}$$

$$\Leftrightarrow K_{R3} = 10^{\frac{E_{I_2/I^-}^0 - E_{S_4O_6^{2-}/S_2O_3^{2-}}^0}{0,03}} = \mathbf{10^{18} \gg 1}$$

A l'équivalence, $n_{S_2O_3^{2-}} = 2n_{I_2} = n_{Cu^{2+}} = n_{Cu} = 6,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$ ce qui correspond à une masse $m_{Cu} = 0,04 \text{ g}$: **Le pourcentage massique de cuivre est bien de 4 %.**

On reconnaît le dosage en retour par le thiosulfate de sodium.

L'équivalence est généralement repérée par **colorimétrie** lors de la disparition de I_2 .

Fréquemment, le premier dosage **manque d'anticipation**, il vaut mieux répéter l'opération.

$$\text{II.C.1)} \quad \Delta_r H^0 = -1700 \text{ kJ.mol}^{-1} \quad \Delta_r S^0 = -310,7 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1} \quad \Delta_r G^0 = -1607 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

La réaction est **exothermique, consommatrice de gaz et plutôt avancée**.

Dans l'atmosphère, la pression en dioxygène vaut 0,2 bar. On en déduit que

$$\Delta_r G = \Delta_r G^0 + RT \ln \left(\frac{P^0}{P_{O_2}} \right)^{3/2} = \Delta_r G^0 + \frac{3}{2} RT \ln 5 = -1601 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

La réaction est donc **spontanée**, la surface se recouvre d'une couche d'alumine (Passivation).

L'augmentation de la température fait diminuer la constante d'équilibre $\left(\frac{d \ln K}{dT} = \frac{\Delta_r H^0}{RT^2} < 0 \right)$.

A **pression constante**, il y aura **rupture** d'équilibre, la réaction sera **totale vers la gauche**.

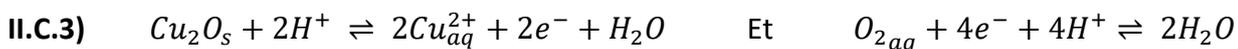
$$\text{En effet, si } T_2 > T_1 \rightarrow K(T_2) < K(T_1) = \underbrace{\left(\frac{P^0}{P_{O_2}^{éq}} \right)^{3/2}}_{\text{constante}} = Q_r(T_2) \rightarrow \Delta_r G(T_2) = RT_2 \ln \left(\frac{Q_r(T_2)}{K(T_2)} \right) > 0$$

L'augmentation de la pression à **température constante** entraîne une rupture d'équilibre **vers la droite**.

$$\text{En effet, si } P_{O_2} > P_{O_2}^{éq} \rightarrow Q_r = \left(\frac{P^0}{P_{O_2}} \right)^{3/2} < \left(\frac{P^0}{P_{O_2}^{éq}} \right)^{3/2} = K(T) \rightarrow \Delta_r G = RT \ln \left(\frac{Q_r}{K(T)} \right) < 0$$

[Dans cette question, on ne doit absolument pas parler de P et T en tant que facteurs cinétiques.]

II.C.2) Il existe **un potentiel mixte** mettant en jeu les couples Al^{3+}/Al et O_2/HO^- (sur Cu), l'aluminium est donc oxydé par le dioxygène. **L'aluminium est l'anode et le cuivre est la cathode**.



D'après la loi de modération, l'ajout de H^+ **favorise** la formation de Cu^{2+} .

$$\left(K(T) = \frac{[Cu^{2+}]^4}{[O_2][H^+]^8} = cste \text{ si } [H^+] \nearrow \text{ alors } [Cu^{2+}] \nearrow \right)$$

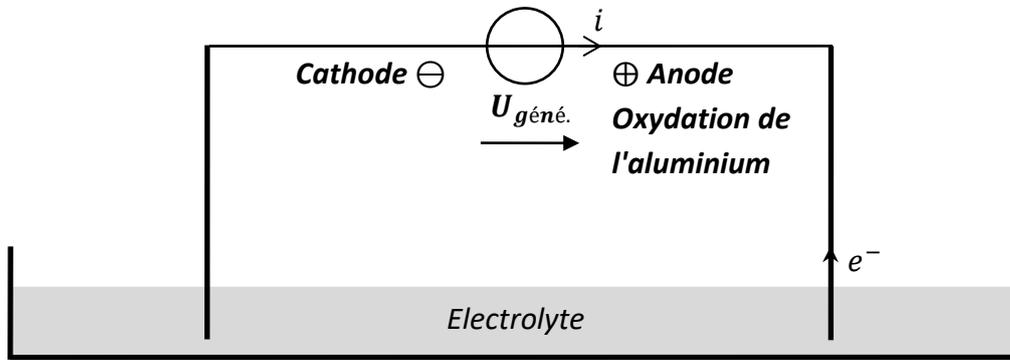
II.C.4) Il existe **un potentiel mixte** mettant en jeu les couples Al^{3+}/Al et Cu^{2+}/Cu , le cuivre est donc réduit et se dépose à la surface de l'aluminium.

II.C.5) La phase (a) correspond à l'**oxydation** de l'aluminium en alumine. La phase (b) témoigne du phénomène de **passivation** de l'électrode, l'alumine constituant une barrière quasi isolante.

Au-delà, l'intensité est faible mais non nulle car ni l'isolation électrique, ni la passivation **ne sont totales**.

L'aluminium est le siège de l'oxydation, l'électrode qui récupère les électrons libérés.

Le courant est donc dirigé vers l'aluminium, **l'anode est le pôle positif** du générateur.



À $E - E_{réf} = -0,25 \text{ V}$, le courant surfacique vaut $j = 150 \mu\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Le nombre de mole d'électrons échangés est $N_e = \frac{i\Delta t}{F}$

→ $N_{Al_2O_3} = \frac{i\Delta t}{6F}$ D'après l'équation $2Al_s + 3H_2O \rightleftharpoons Al_2O_{3s} + 6e^- + 6H^+$

La masse d'alumine formée vaut $m_{Al_2O_3} = M_{Al_2O_3} \frac{i\Delta t}{6F}$ ce qui correspond à un volume $V_{Al_2O_3} = \frac{M_{Al_2O_3} i\Delta t}{6Fd\mu_{eau}}$

Ainsi, $S\Delta e = \frac{M_{Al_2O_3}}{d\mu_{eau}} \frac{i\Delta t}{6F} \rightarrow \Delta e = \frac{M_{Al_2O_3} j\Delta t}{6Fd\mu_{eau}} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ **Attention aux unités !**

[Il est pratique ici de faire le calcul avec $j = 150 \mu\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$, $M_{Al_2O_3} = 102 \text{ g}$ et $\mu_{eau} = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$]