

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes d'inconnues $x \in \mathbb{R}$:

$$\cos(x) + \cos(3x) = \cos(2x) \quad (1)$$

$$\cos(4x) + \cos(2x) = \sin(x) - \sin(5x), \quad (2)$$

$$e^{ix} + e^{3ix} + e^{5ix} = 0 \quad (3)$$

Exercice 2. On considère l'équation $(E) : \cos(2x) + \sin(x) = \cos(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$.

On note S l'ensemble des solutions de (E) dans $\mathbb{R}$.

a) Déterminer un intervalle de la forme $[-T/2, T/2]$ où T est un réel à préciser, pour lequel, si on connaît $S \cap [-T/2, T/2]$, il est facile de déduire S entier (on précisera comment).

b) Expliciter l'ensemble $S \cap [-T/2, T/2]$.

Exercice 3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $\cos(x) + \cos(2x) + \cos(3x) \geq 0$.

On donnera l'intersection de l'ensemble S des solutions avec l'intervalle $[0, 2\pi[$.

Exercice 4. Résoudre les deux équations $2\cos(x) - 3\sin(x) = 4$ (1) et $2\cos(x) - 3\sin(x) = 1$ (2)

Exercice 5. Résoudre pour $x \in \mathbb{R}$, $\cos^4(x) - \sin^4(x) = \frac{1}{2}$.

Exercice 6. Etudier $f : x \mapsto \frac{\cos(2x)}{\sin(x)}$ et tracer son graphe. On déterminera toutes les symétries laissant invariant le graphe Γ_f .

Exercice 7. a) Simplifier $\tan(x) + \tan(\frac{\pi}{2} - x)$ pour $x \in]0, \pi/2[$

b) Calculer la valeur de $S = \tan(\frac{\pi}{20}) - \tan(\frac{3\pi}{20}) - \tan(\frac{7\pi}{20}) + \tan(\frac{9\pi}{20})$.

Exercice 8. Montrer que $\frac{1}{\sin(\frac{\pi}{7})} = \frac{1}{\sin(\frac{2\pi}{7})} + \frac{1}{\sin(\frac{3\pi}{7})}$.

Exercice 9. Linéariser : a) $f : \theta \mapsto \sin^4(\theta)$, b) $g : \theta \mapsto \cos^3(\theta) \sin(\theta)$. c) En déduire des primitives pour les fonctions du a) et b)

Exercice 10 (Un zoo de formules de trigonométrie du triangle, petit défi trigonométrique... on ne corrigera pas forcément tout maintenant!!). « Beauty is in the eye of the beholder »

Dans les formules qui suivent, a, b, c sont les trois angles d'un triangle autrement dit $(a, b, c) \in [0, \pi]^3$ sont tels que $a + b + c = \pi$.

$$\sin(a) + \sin(b) + \sin(c) = 4 \cos(a/2) \cos(b/2) \cos(c/2), \quad (4)$$

$$\sin(2a) + \sin(2b) + \sin(2c) = 4 \sin(a) \sin(b) \sin(c); \quad (5)$$

$$\sin(3a) + \sin(3b) + \sin(3c) = -4 \cos(3a/2) \cos(3b/2) \cos(3c/2), \quad (6)$$

$$\cos(a) + \cos(b) + \cos(c) = 1 + 4 \sin(a/2) \sin(b/2) \sin(c/2) \quad (7)$$

$$\cos^2(2a) + \cos^2(2b) + \cos^2(2c) = 1 + 2 \cos(2a) \cos(2b) \cos(2c) \quad (8)$$

$$\tan(a) + \tan(b) + \tan(c) = \tan(a) \tan(b) \tan(c). \quad (9)$$