

DM 2 : trigonométrie, quantificateurs, récurrences

Pour le lundi 28 septembre

Problème 1 : Trouver pour α, β, γ réels, la valeur minimale de

$$|\cos(\alpha)| + |\cos(\beta)| + |\cos(\gamma)| + |\cos(\alpha - \beta)| + |\cos(\alpha - \gamma)| + |\cos(\beta - \gamma)|$$

Problème 2 : Soient f et g deux applications d'un ensemble A dans un ensemble B telles que $\forall (x, y) \in A^2$, $[f(x) = f(y) \text{ ou } g(x) = g(y)]$. Montrer que f ou g est constante.

Problème 3 : On considère un échiquier infini dans toutes les directions et on pose un cavalier sur une case, disons noire. Pour chaque entier $n \geq 1$, on note $f(n)$ le nombre de cases différentes qu'il peut atteindre au bout de n mouvements. Par exemple on vérifie facilement que $f(1) = 8$. Déterminer $f(n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.