

QCM CHAPITRE G1 : APPLICATIONS LINÉAIRES

Rentrez vos réponses dans le fichier Python que je vous ai envoyé.

Règle du jeu : Une seule bonne réponse par question. Réponse juste 2 pt, réponse fausse -1 pt, pas de réponse 0 pt.

Consignes pratiques : Début 16h15, fin 16h45, si vous commencez un peu plus tard, donnez vous une demi-heure. Ensuite mettez le fichier sur la dropbox ou bien à défaut envoyez le moi par email.

- Q1) Laquelle des applications suivantes est-elle une application linéaire de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^2$?
- a) $f_1 : (x, y) \mapsto x + y + 1$,
 - b) $f_2 : (x, y) \mapsto x.y$,
 - c) $f_3 : (x, y) \mapsto (x + y).(x - y)$,
 - d) $f_4 : (x, y) \mapsto 2x$
- Q2) Soient E et F deux espaces vectoriels et $u \in \mathcal{L}(E, F)$. Soit $(e_1, \dots, e_p) \in E^p$. L'égalité $u(\text{Vect}(e_1, \dots, e_p)) = \text{Vect}(u(e_1), \dots, u(e_p))$ est vraie :
- a) seulement lorsque u est surjective de E dans F ,
 - b) pour toute application linéaire u ;
 - c) seulement lorsque $\ker u \cap \text{Vect}(e_1, \dots, e_p) = \{0\}$.
 - d) seulement lorsque $\text{Vect}(e_1, \dots, e_p) \subset \text{Im}(u)$
- Q3) Lequel des ensembles suivants est-il un sous-espace vectoriel de $\mathcal{L}(E)$?
- a) L'ensemble des projecteurs,
 - b) L'ensemble des symétries,
 - c) L'ensemble des homothéties,
 - d) L'ensemble des automorphismes de E .
- Q4) Soit $u \in \mathcal{L}(E)$ et F un s.e.v. de E . A quelle condition la restriction de u à F est-elle injective ?
- a) si $\ker u = F$,
 - b) si F n'est pas inclus dans $\ker u$.
 - c) si $F \cap \ker u = \{0\}$
 - d) si $F \cap \ker u = \emptyset$.
- Q5) Soit (e_1, e_2) la base canonique de $\mathbb{R}^2$. Combien y-a-t-il d'endomorphismes de $\mathbb{R}^2$ qui échangent e_1 et e_2 ?
- a) Aucun
 - b) 1
 - c) 2
 - d) Une infinité
- Q6) Soit f une forme linéaire de E et $u \in \mathcal{L}(E)$. Laquelle des applications suivantes est-elle une forme linéaire ?
- a) $f \circ u$
 - b) $u \circ f$
 - c) $f \circ f$,
 - d) f^{-1} .

- Q7) Soit $\mathcal{F} = (u_1, \dots, u_d) \in E^d$ une famille de vecteurs de E . A quelle condition peut-on trouver un endomorphisme $f \in \mathcal{L}(E)$ tel que $\forall i \in \llbracket 1, d \rrbracket, f(u_i) = 0$ mais qui ne soit pas l'application nulle ?
- a) si $\mathcal{F}$ est libre
 - b) si $\mathcal{F}$ n'est pas libre
 - c) si $\mathcal{F}$ est génératrice de E ,
 - d) si $\mathcal{F}$ n'est pas génératrice de E .
- Q8) Quelle est la dimension de l'espace vectoriel des polynômes réels P de degré au plus 4 tels que $\int_0^1 P = 0$?
- a) 0,
 - b) 1,
 - c) 3
 - d) 4
- Q9) Si E est de dimension n , alors la dimension de $\mathcal{L}(E \times E)$ vaut :
- a) $2n^2$,
 - b) $4n^2$,
 - c) $2n^2$
 - d) n^4 .
- Q10) Soient u et v deux endomorphismes de E . On suppose que $\text{rg}(v \circ u) = \text{rg}(u)$. Alors
- a) v est inversible,
 - b) v est nilpotent,
 - c) $\ker v \cap \text{Im } u = \{0\}$,
 - d) $\text{Im } v \cap \text{Im } u = \{0\}$.